

**Б.А. Мүкүшев<sup>1\*</sup>, В.С. Киян<sup>1</sup>, А.Б. Мырзағалиева<sup>2</sup>,  
А.Б. Мукушев<sup>1</sup>, Н.В. Турлыбек<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup>Астана халықаралық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

\*Байланыс үшін автор: mba-55@mail.ru

## Микроағзалардың популяциясын зерттеуде модельдер әдісін қолдану

**Аңдатпа.** Мақала микроағзалардың популяциясын математикалық және компьютерлік модельдермен зерттеу мәселесіне арналған. Биологиялық кинетика заңдары негізінде бірнеше математикалық модельдер құрылып, осы модельдер көмегімен компьютерлік эксперименттер жасалған. Биомассаның әр түрлі параметрлерге сәйкес өзгеру құбылысын сипаттайтын Мальтус заңы, Ферхюльст және Моно теңдеулері негізінде ішек таяқшасының (*Escherichia coli*) популяциясы зерттелді. Микроағзалар мен субстраттардың өзара тәуелділігі заңдылықтарын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулердің графикалық шешімдері Mathcad пакеті көмегімен табылды.

Микроағзалар популяциясының математикалық модельдерінің табиғи популяция мәліметтерімен қаншалықты сәйкес келетінін зертханалық жағдайда тексерілді. Су ортасында «продуцент - консумент» жүйесі хлорелла және парамеция (*Chlorella vulgaris* – *Paramecium caudatum*) көмегімен жасалды. Продуцент ретінде хлорелла, ал консумент ретінде парамеция алынды. Зерттеушілер хлорелланы (балдырдың бір түрі) алу үшін Тамий ортасын пайдаланды, ал парамецияны өсіруге Лозин-Лозинский ортасы қолданылды. Балдырдың су ортасындағы санын анықтау үшін Горяев камерасы, ал бактерияның санын анықтау үшін - Богоров камерасы пайдаланылды.

Микроағзалар популяциясын сипаттайтын теңдеулердің компьютерлік шешімдерімен жасалған эксперименттердің нәтижелері сәйкес келді. Бұл сәйкестік популяцияның математикалық моделі микроағзалар санының өзгеру динамикасын нақты сипаттайтынын дәлелдеп отыр.

**Түйін сөздер:** микроағзалар популяциясы, математикалық және компьютерлік модельдер, Мальтус заңы, Ферхюльст және Моно теңдеулері, Mathcad пакеті, логистикалық модель, «продуцент - консумент» жүйесі.

DOI: 10.32523/2616-7034-2022-138-1-6-16

### Кіріспе

Қазіргі уақытта микробиологиялық процестерді зерттеуде модельдер әдісі кең түрде қолданыла бастады. Модельдер әдісіне математикалық, компьютерлік модельдеу және заттық модельдер жатады. Микроағзалар популяциясы, экологиялық тізбектің пайда болуы, микроағзалардың өмір сүруіне сыртқы әсерлердің ықпалы және т.б. микробиологиялық процестердің заңдылықтарын зерттеуде математика және компьютерлік техника жетістіктері жан-жақты пайдаланылуда.

Микробиологияның зерттеу нысанына өлшемі 1 мм-ден аспайтын тірі ағзалар жатады. Мұндай тірі ағзаларды тек әр түрлі микроскоп көмегімен ғана бақылауға болады. Микроағзаларға: бактериялар, архейлар, қарапайымдар, микроскопиялық балдырлар, төменгі сатылы саңырауқұлақтар жатады.

Табиғи құбылыстағы заңдылықты анықтау үшін өзіне тән ғылыми салалар зерттейді (физика, химия, биология т.с.с). Ал математикалық амалдарды қолданып, модель құрып,

компьютердің көмегімен анализ жасап, әрі табиғи процесті қалағанымызша қайталап, дисплейде тәжірибе жасап, көз жеткізіп, кез-келген құбылысты зерттеудің мүмкіндігі зор.

Микроағзалардың көпшілігі бір жасушалы болып келеді. Демек олардың беттерінің ауданының көлеміне қатынасы көп жасушалы ағзалармен салыстырғанда үлкен болады. Сөйтіп бір жасушалы микроағзалар қоршаған ортамен белсенді байланысқа түседі. Белсенділік мына қасиеттермен сипатталады:

- бір жасушалы микроағзалар үлкен жылдамдықпен көбейеді;
- биомассаларының өсуі үлкен болады;
- микроағзаладың колониялары ішіндегі микроэволюциялық процестер тез жүреді.

Осы қасиеттерге ие болғандықтан микробтар деңгейіндегі популяция процесі биотехнология үшін және жалпы популяциялық, эволюциялық процестерді зерттейтін ғылым саласы үшін аса маңызды болып отыр.

### Зерттеу материалдары мен әдістері

Біз зерттеу әдісі ретінде биологиялық кинетика заңдарын қолданамыз. Биологиялық кинетика биомассаның, ағзадағы жасуша мөлшерінің, жеке биологиялық нысан массасының уақытқа тәуелді өзгерісін зерттейді. Аталған нысандар көптеген компоненттен тұрады және оларды сипаттайтын параметрлердің уақытқа тәуелді өзгерістері әр түрлі заңдылықтармен болады. Сондықтан, біз алдымен биологиялық кинетиканың негізгі ұғымдарымен танысып алайық:

1. Биологиялық нысан құрамында болатын кейбір *компонент бойынша жылдамдығы* ретінде осы компоненттің концентрациясының бірлік уақыттағы өзгерісін айтады [1]. Егер  $\Delta t$  уақыт ішінде кейбір компоненттің концентрациясы  $\Delta C$  өзгерсе компонент бойынша жылдамдық

$$R = \frac{\Delta C}{\Delta t} \quad (1)$$

Бұл анықтама тек химиялық кинетика ғана емес, биологиялық процестердің уақытқа байланысты өзгерісін де сипаттайды. Мысалы, белгілі бір микроағзалардың биомассасының уақытқа тәуелділік заңдылығын зерттесек, осы құбылыс белгілі бір жылдамдықпен сипатталады. Ал концентрация ұғымын көбінесе микроптарға қоладанады: бір литр қоректік ортадағы грамм бойынша алынған микроорганизм мөлшерін концентрация деп атайды.

2. *Биологиялық процестер үшін Мальтус заңы*. С.Д. Перт өсімдіктердің биомассасының өсу шарттарын анықтады [2]. Ол шарттар мыналар:

- а) өсімдіктің өміршеңдігі;
- б) энергия көзінің болуы;
- в) биомассаның синтезіне қажетті барлық компоненттері бар қоректік қосымша заттарды енгізіу;
- г) орта ішінде клеткалардың көбеюін тежейтін ингибиторлардың болмауы;
- д) ортада жағымды физико-химиялық шарттардың орындалуы.

Егер жоғарыда қарастырылған талаптар орындалса, онда биомассаның өсу жылдамдығы  $\frac{\Delta x_1}{\Delta t}$  биомассаның мөлшеріне тура пропорционал болады.

Демек,

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \mu \cdot x_1 \quad (2)$$

$\mu$  - бірлік биомассаның өсу жылдамдығы биомассаның *меншікті өсу жылдамдығы* деп аталады. Ол  $\frac{1}{\text{секунд}}$  бірлігімен өлшенеді. (1) және (2) теңдеулерді салыстыра отырып,  $\frac{\Delta x_1}{\Delta t}$  өрнекті  $r_{x1}$  белгілейміз. Сонда  $r_{x1} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t}$ . Бұл өрнек Мальтус заңы деп аталады. Жоғарыда келтірілген дәнді

дақылдар үшін жасалған мінсіз жағдай орындалса, онда Мальтус заңы орындалады. Бұл қарапайым дифференциалдық теңдеуге жатады.

Ал нақты өмірде күнделікті практикадан білетініміздей С.Д.Перттің шарттары орындалмайды. Мұндай жағдайда математиканың универсаль әдісі – *сандық әдісті* пайдалану керек. (2) теңдеудегі  $\mu$  тұрақты шама- биомассаның өсуінің меншікті жылдамдығы. Осы шаманың мәнін эмпирикалық жолмен анықтайық. Көрнекі физиолог Макс Клейбер егеуқұйрықтан бастап өгіздерге дейін метоболизмнің интенсивтілігін анықтаған. Бұл жануарлардың массасы 0,15 кг-нан 679 кг аралығында болған. Осы жануарлардың метоболизмін зерттей отырып, метоболизм интенсивтілігі мынадай теңдеуге бағынатынын ашқан:

$$P_{мет}=70 \cdot M_T^{3/4}$$

Мұндағы  $P_{мет}$  метоболизм интенсивтілігі (ккал/тәулік),  $M_T$  – жануар массасы (кг) [3]. Зерттеуші 1 литр оттегі мөлшерімен 4,8 ккал жылу бара-бар екенін есептеген. Демек  $P_{мет}$  шаманы ккал/тәулік бірлігімен емес лО<sub>2</sub>/сағат мөлшерімен алмастырса онда былайша жазуға болады:

$$P_{мет}=70/4,8/24 \cdot M_T^{3/4} \text{ лО}_2/\text{сағат} \quad (3)$$

Көмірсутекті энергия көзі ретінде пайдаланатын бактериялар мен саңырауқұлақтардың оттегі бойынша экономикалық коэффициенті 1 г оттегіне келетін 1г құрғақ биомассаға жуық. Қалыпты жағдайда 22,4 литр оттегі 16 грамм тартатынын біле отырып 1 литр оттектің массасын есептейміз:  $m=16/22,4$  г.

Демек, бір сағатта  $P_{мет}$  литр оттегі жұмсалып, микроағза биомассасы  $P_{мет} \cdot Y \cdot m$  (құрғақ биомасса) шамаға өседі. Демек  $M_T$  шама неғұрлым көп болса, өсім де соғұрлым көп болады. Ал меншікті өсу жылдамдығын табу үшін өсуді  $M_T$  ға бөлеміз. Сонда меншікті өсу жылдамдығы

$$\mu = P_{мет} \cdot Y \cdot \frac{m}{M_T \cdot A} \quad (4)$$

Мұндағы  $A$  (құрғақ биомасса/кг ылғал биомасса) ылғал биомассадан құрғақ биомассаға көшу коэффициенті.  $P_{мет}$  шаманың  $M_T$  шамаға тәуелділігін ескерсек

$$\mu = P_{мет} \cdot Y \cdot \frac{m}{M_T \cdot A} = \frac{k}{M_T^{1/4}}$$

Біз  $k$  шаманы тек микроағзалар үшін есептедік. Анықтама материалдарды пайдалана отырып 11 түрлі микроағзалар үшін  $k$  шама орташа  $k=0,0001$  тең екенін таптық. Сонда массасы  $10^{-15}$  кг болатын бактерия үшін меншікті өсу жылдамдығы  $0,6 \frac{1}{\text{сағат}}$  болады [4].

Әрине, нақты жағдайда ағзалар тұрақты меншікті жылдамдықпен өспейді. Оған не әсер етеді. Өсудің меншікті жылдамдығы қоректік субстраттың концентрациясына тәуелді. Егер қорек жоқ болса ағза өспейді және көбеймейді ( $\mu=0$ ). Ал қоректік зат артығымен болғанда жоғарыда көрсеткендей максималь меншікті жылдамдық болады.

$\mu$  және қоректік субстраттың концентрациясы ( $x_2$ ) арасындағы байланысты көрсетейік. Моно 1942 жылы мына теңдеуді эмпириялық түрде тапты [2]:

$$\mu = \mu_m \frac{x_2}{x_2 + K_1}$$

Мұндағы  $\mu_m$  және  $K_1$  меншікті өсудің максималь шамасы және қанығу тұрақтысы.

## Зерттеу нәтижелері және талдау

1. Біз зертханалық жағдайда микроағзалар популяциясын сипаттайтын төмендегідей тәжірибе жүргіздік: ішек таяқшасы (*Escherichia coli*) үшін жақсы жағдай жасалып, оның көбеюі микроскоптың көмегімен бақыланды (1 сурет). Тәжірибе видеосынан әрбір уақыт аралығында бактериялар екіге бөліне отырып көбейетіні жақсы көрінеді. Мұндай бөліну бинарлық деп аталады. Осы уақыт аралығын уақыт бірлігі ретінде аламыз. Осы уақыт аралығы өткен сайын бактериялар саны екі есе көбейіп отырады. 1-суретте тәжірибенің басындағы, ортасындағы және аяғындағы бактериялар колониясының қоректік ортадағы жағдайы көрсетілген.

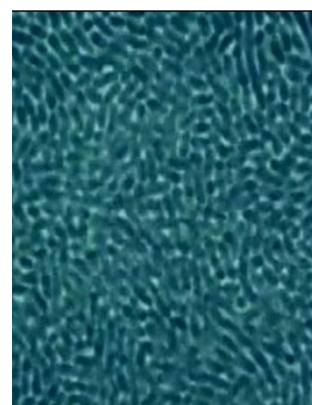
Бактерияның бөліну процесін қысқаша сипаттап кетейік. Бактерияда көлденең бөлгіш қалыптасады және ол аналық жасушаның цитоплазмасын екі жас жасушаға (дочерние) бөледі. Бөліну кезінде ДНК-нің репликациясы қоса жүреді: әрбір жас жасуша аналық жасушадағы ақпараттарды мұраға алады.



Бактерия саны - 2



Бактерия саны - 16



Соңғы кезең

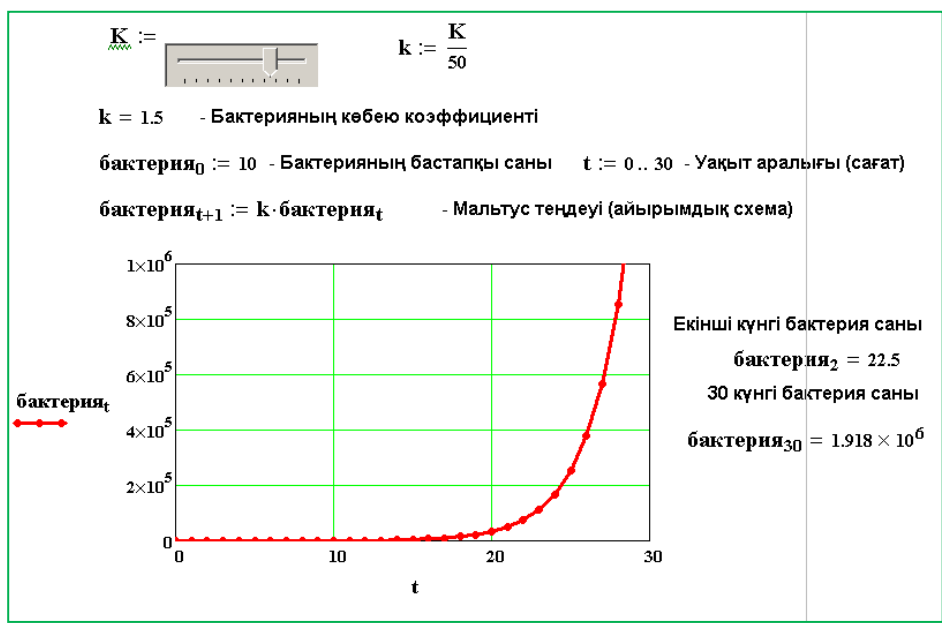
Сурет 1. *Escherichiacoli* бактериясының көбеюі

2. Жоғарыдағы тәжірибенің математикалық моделін

$$\frac{dx_1}{dt} = \mu \cdot x_1 \quad (5)$$

түріндегі қарапайым дифференциалдық теңдеу сипаттайды. Бұл теңдеумен математика пәнінен таныспыз және ол Мальтус заңы деп аталады. Шындығында биомассаны көбею жылдамадығы ( $\frac{dx_1}{dt}$ ) дәл сол уақыттағы биомасса мөлшеріне ( $x_1$ ) тура пропорциональ. Жоғарыдағы дифференциалдық теңдеу Mathcad 14 көмегімен көрнекі түрде шешіледі.

2 суретте аталған дифференциальдық теңдеудің шешімі графикалық түрде көрсетілген.



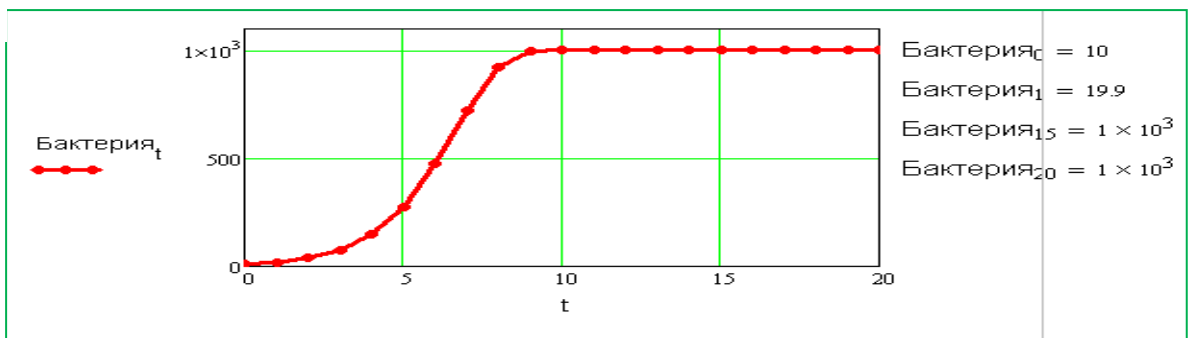
Сурет 2. Бактериялардың Мальтус заңы бойынша көбеюінің математикалық моделі

Теориялық тұрғыдан алғанда бактериялар шексіз көбейе беруі керек. Жоғарыдағы ішек таяқшасы әрбір 20 минутта екіге бөліне отырып 24 сағатта  $472 \cdot 10^{19}$  бактерия болар еді. Егер 1 миллиард бактерияның массасы 1 мг болса, онда осынша бактерия 4720 тонна болар еді. Бірнеше күннен кейін ішек таяқшасы Жер бетіндегі барлық теңіздер мен мұхиттарды толтырар еді. Бірақ мұндай оқиғалар болмайтынын білеміз. Өйткені табиғатта бактериялар үшін жақсы жағдай жасалмаған. Бактериялардың шексіз көбеюіне мынандай факторлар әсер етеді: ортадағы қоректік заттың тез азаюы, өлім-жітім, микроағзалар арасындағы бәсекелестік, микроб-антагонистердің зиянды әрекеті, бактериялармен қарапайымдардың қоректенуі, фагтың әсерінен еріп кетуі және т.б.

3. Популяцияның өсінің шектелу факторын сипаттайтын заңды ең бірінші рет Ферхюльст ашты. Ол популяцияның өсуінің логистикалық теңдеуін қорытып шығарды:

$$\frac{dx}{dt} = kx(1 - \frac{x}{K}) \tag{6}$$

Бұл теңдеудің екі маңызды қасиеті бар:  $x$ -тің аз шамасында популяция экспонента заңы бойынша өседі ((5) теңдеу тәрізді), ал  $x$ -тің үлкен мәндерінде белгілі бір  $K$  шамаға шексіз жақындай береді.  $K = 10^3$  тең болған жағдайды 3 суреттегі график сипаттайды.



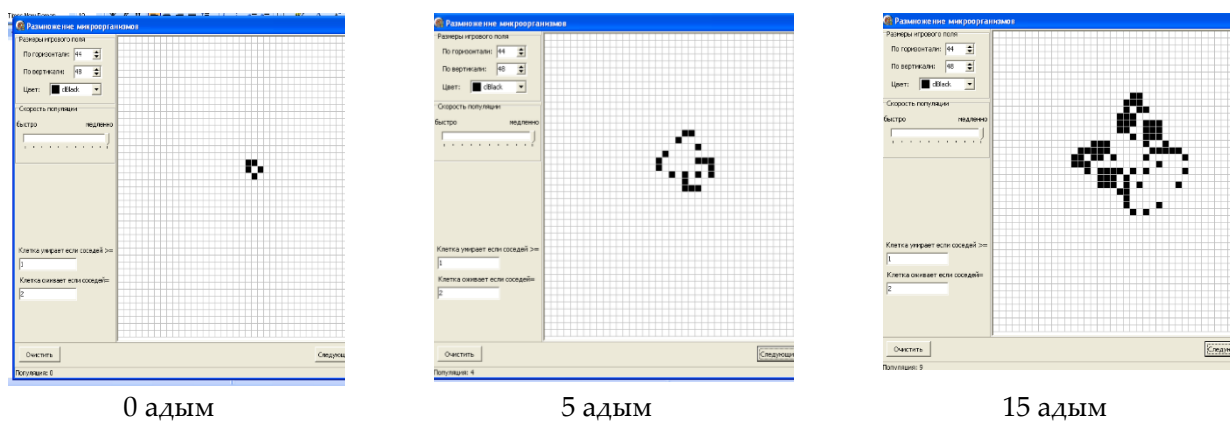
Сурет 3. Ферхюльст заңы (логистикалық модель)

Ішек таяқшасының (*Escherichia coli*) қоректік ортада көбеюінің динамикасын зерттей отырып, осы процестің компьютерлік моделін Delphi ортасында шаршылық автоматты қолдана отырып жасадық. Аталған компьютерлік модель көмегімен микроағзалардың өсуін, өлім-жітімге ұшырауын және бактериялар санының тұрақтануын зерттедік.

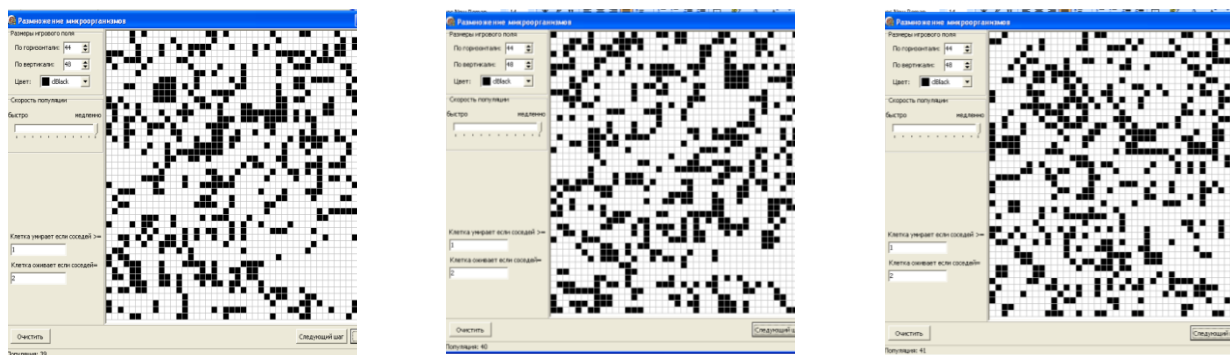
Эксперимент жүйенің өзімен жасалмайды, осы жүйені жуықтап сипаттайтын математикалық модельмен жасалады. Зерттеліп отырған нақты жүйенің моделімен эксперимент былайша жасалады: жүйені сипаттайтын параметрлерді есептеу кезінде, немесе жүйенің күйін сипаттайтын параметрлерді жасанды түрде өзгерту барысында жасалады.

Сонымен, нақты жүйенің иммитациялық моделі математикалық модельдің арнайы формасы болып табылады және онда:

- зерттеліп отырған нысан оның құрылымына сәйкес жеке компоненттерге бөлінеді;
- иммитациялық модельдің өзгеру заңдылықтары ретінде нақты эксперименттер кезінде алынған мәліметтерді пайдалануға болады;
- жүйенің уақытқа тәуелді өзгерісі берілген динамикалық параметрлерге сәйкес сипатталады.



Сурет 4. Бактериялардың күрт көбеюі (Мальтустік модель)



Сурет 5. Бактериялар санының тұрақтануы (логистикалық модель)

*Моно теңдеуі* - биомассаның ортадағы өзгеру динамикасының теңдеуі. Моно ұсынған микроағзалардың өсу динамикасын сипаттайтын моделі Мальтус заңын толықтырды.

$$R_{x1} = \mu x_1 \text{ мұндағы } \mu = \mu_m \frac{x_2}{x_2 + K_1}$$

$x_1$ ,  $x_2$  - өсуді сипаттайтын айнымалылар. Ол микроағзалардың өсуі кезінде өзгеріп отырады. Егер зерттеуші биомассаны нашар қоректік ортаға қойса  $x_2 = 0$ , ал бай қоректік ортаға қойса,  $x_2$  өте үлкен болады.

Ал  $\mu_m$  және  $K_1$  белгілі бір қоректік субстрат жағдайындағы ағзаның кинетикалық қасиеттерін сипаттайды. Мысалы, *Escherichia coli* бактериясының лактоздағы көбеюі үшін  $K_1 = 20$  мг/л, ал маннит ішіндегі өсуі үшін  $K = 2$  мг/л. Басқа микроағза осы орталарда көбейсе олар үшін  $K_1$ -нің мәні басқаша болады.

Биологиялық кинетиканың негізгі шешетін мәселесі өсудің белгілі параметрлері бойынша уақыт өтуіне байланысты өсуді сипаттайтын айнымалылардың өзгерісін есептеп шығару.

Биомасса шығысы немесе экономикалық коэффициент мынандай қатыспен есептеледі:

$$Y = - \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

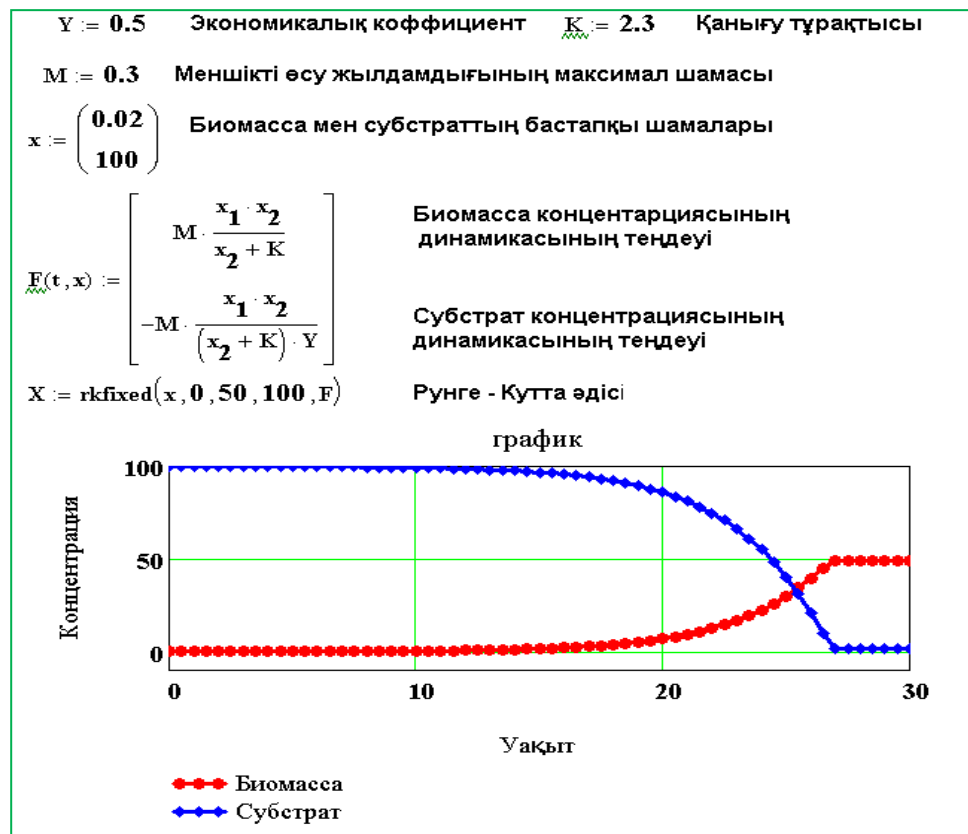
Мұндағы  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  мөлшердегі субстратты пайдалана отырып биомассаның өскен шамасы. Минус таңбасы -  $x_1$  және  $x_2$  әр бағытта өзгеретінін көрсетеді.

$$Y = - \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} \Rightarrow \Delta x_2 = - \frac{\Delta x_1}{Y} \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = - \frac{\frac{\Delta x_1}{\Delta t}}{Y} \Leftrightarrow R_{x2} = \frac{r_{x1}}{Y}$$

Сөйтіп, біз бастапқы биомасса мен субстраттың концентрацияларына сүйене отырып кез келген уақыт сәгіндегі осы айнымалылардың шамаларын таба аламыз:

$$R_{x1} = \mu_m \frac{x_2 x_1}{x_2 + K_1}, \quad R_{x2} = - \mu_m \frac{x_2 x_1}{(x_2 + K_1) Y} \quad (7)$$

Төменде 30 сағат ішінде биомассаның өсу және қоректік субстраттың азаю динамикасының графиктері Matchad 14 программалау тілінде алынған. Аталған программалау тілі туралы көптеген әдебиеттер бар [5-9]. «Трассировка» командасының көмегімен кез келген уақыт моментіндегі биомасса мен субстраттың концентрациясын таба аламыз.



Сурет 6. Микроағзалар мен субстраттардың өзара тәуелділігінің графигі

6-суреттен биомассаның уақыттың бастапқы кезінде аздап ғана өскенін, біраздан кейін бірнеше сағат бойы күрт өскенін байқаймыз. Осы уақыт аралығында барлық қоректік субстратты микроағзалар толық пайдаланады да, ары қарай биомассаның өсуі тоқталады.

Осы қарапайым модельді пайдалана отырып әр түрлі есептеу эксперименттерін жасауға болады. Мысалы, бастапқы биомассаның концентрациясы бірнеше рет үлкен болса, немесе кіші болса не болар еді?

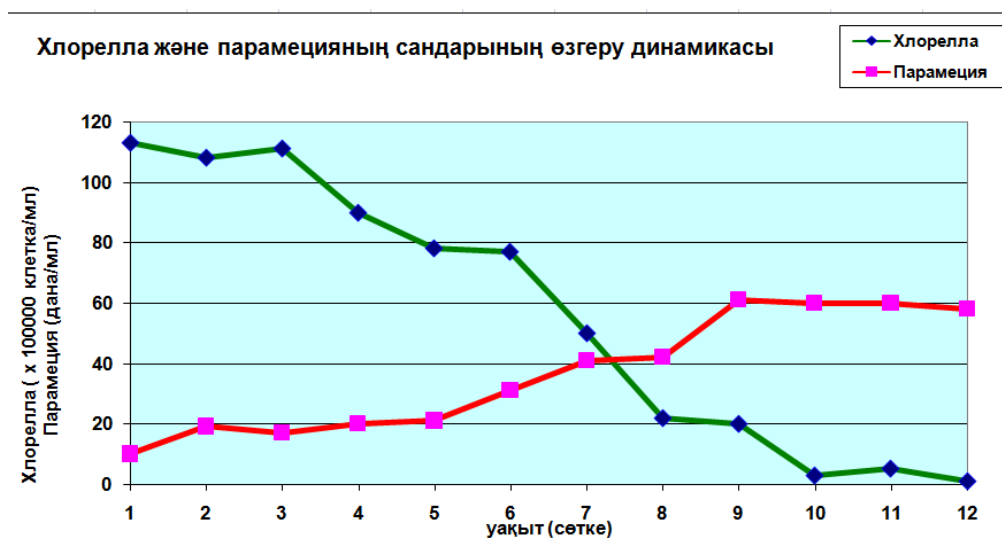
Немесе,  $K_1$  шамасы үлкен бактерияның концентрациясы қалай өзгерер еді?

Микроағзалардың популяциясының математикалық модельдерінің табиғи популяция мәліметтерімен қаншалықты сәйкес келетінін зерттедік. Осы мақсатта С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің микробиология және биотехнология кафедрасына қарасты зертханада жұмыстар жүргізілді. Мақаланың негізгі мақсаты біздің математикалық модельдердің теориялық нәтижелерін микроағзалардың зертханалық жағдайдағы популяциясының нәтижелерімен салыстыру болып табылады.

Біз су ішінде «продуцент - консумент» жүйесін хлорелла және парамеция (*Chlorella vulgaris* - *Paramecium caudatum*) көмегімен құрадық және зерттедік. Продуцент ретінде хлорелла, ал консумент ретінде парамеция алынды. Хлорелланы (балдырдың бір түрі) алу үшін Тамий ортасын пайдаландық, ал парамецияны өсіруге Лозин-Лозинский ортасы қолданылды. Лозин-Лозинский ортасында бактерияның қорегі ретінде хлорелланың биомассасы қолданылды [10].

Балдырдың су ортасындағы санын анықтау үшін Горяев камерасы, ал бактерияның санын анықтау үшін - Богоров камерасы пайдаланылды. Бірінші тәулікте «продуцент - консумент» тұйық су жүйесіне хлорелланың биомассасы енгізілді (Тамий ортасындағы есептеу бойынша хлорелла 1 миллилитрде  $1,12 \times 10^5$  дана болды). Осы ортаға аз мөлшерде (1 миллилитрде 11 дана бактерия болды). Осы жұмыстың нәтижесінде 6 суретте көрсетілген графиктік мәліметтер алынды. Графиктен хлорелла және парамеция арасындағы әсерлесу нақты байқалады. Осы әсерлесу сипаттамасы мен «субстрат-микроағза» жүйесі үшін біз құрған математикалық модельдеу нәтижелері (сурет 6) арасындағы ұқсастықты байқауға болады.

Төменде (сурет 7) микробиология және биотехнология кафедрасына қарасты зертханадан алған мәліметтерді беріп отырмыз.



Сурет 7. Хлорелла және парамецияның әсерлесуін сипаттайтын график



## Қорытынды

Бүгінгі күні ғылыми зерттеулердің қарыштап алға жылжуының негізгі факторы модельдеу әдісінің зерттеу жұмыстарында кең түрде қолданыс табуы. Математикалық және компьютерлік модельдер көмегімен ғылымның әр түрлі саласында көптеген жаңалықтар ашылуда.

Математикалық модельдеу әдісі биологиялық процестерді зерттеуде жан-жақты қолданыс табуда. Биологиялық процестер, атап айтқанда ағзадағы метоболизм, жасушалардың күйі, олардың бөлінуі, биологиялық түрлердің популяциясы, түрлер арасындағы өзара байланыс және т.б. құбылыстар модельдеудің негізгі зерттеу нысандары болып отыр. Сондықтан, осындай күрделі жүйелердің даму заңдылықтарын зерттеуде математикалық модельдер және осы модель негізінде жұмыс істейтін компьютерлік модельдер табысты қолданылуда.

Биологиялық процестердің даму динамикасын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер теориясына негізделген математикалық-компьютерлік модельдер өндіріске енгізілді және осы модельдерді қолдану практикалық жағынан тиімді екенін көрсетті.

Алынған ғылыми нәтижелерді жергілікті биологиялық процестерді зерттейтін ғылыми-зерттеу орталықтарының жұмыстарында пайдалануға болады.

## Әдебиеттер тізімі

1. Эмануэль Н.М., Кнорре Д.Г. Курс химической кинетики. Учебник. 4-е изд., перераб. и доп. - Москва: Высшая школа, 1984. - 464 с.
2. Пер С.Дж. Основы культивирования микроорганизмов и клеток: пер. с англ. - Москва: Мир, 1978. - 331 с.
3. Шмидт-Ниельсен. Размеры животных: почему они так важны?: Пер. с англ. - Москва: Мир, 1987. - 259 с.
4. Iorgensen S.E. Handbook of environmental data and ecological parameters. - Oxford, Pergamon Press, 1979. - 1162 p.
5. Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. - Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2007. - 682 с.
6. Очков В. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов. - Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2007. - 370 с.
7. Дьяконов В.П. Mathcad 2001: учеб. курс. - Санкт-Петербург: Питер, 2001. - 592 с.
8. Дьяконов В.П. Mathcad 8.0 Pro в математике, физике и Internet. - Москва: Нолидж, 1999. - 503 с.
9. Очков В.Ф. Mathcad PLUS 6.0 для студентов и инженеров. - Москва: КомпьютерПресс, 1996. - 384 с.
10. Письман Т.И., Богданова О.Н., Каламбет Н.С. Особенности взаимодействия смешанной культуры водорослей и беспозвоночных в водном биотическом цикле «продуцент-консумент»//Сибирский экологический журнал, - 2002. - №6 - С. 657-662.

**Б.А. Мукушев<sup>1</sup>, В.С. Киян<sup>1</sup>, А.Б. Мырзагалиева<sup>2</sup>, А.Б. Мукушев<sup>1</sup>, Н.В. Турлыбек<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Казахский агротехнический университет им.С. Сейфуллина, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>Международный университет Астана, Нур-Султан, Казахстан

## Использование метода моделей при исследовании популяции микроорганизмов

**Аннотация.** Статья посвящена проблеме исследования популяций микроорганизмов с помощью математических и компьютерных моделей. На основе законов биологической кинетики строится несколько математических моделей, с помощью которых проводятся

компьютерные эксперименты. Исследована популяция кишечной палочки (*Escherichia coli*) на основе закона Мальтуса и уравнений Ферхюльст и Моно, которые описывают явление изменения биомассы в зависимости от изменения некоторых параметров. Графические решения дифференциальных уравнений, представляющих закономерности взаимозависимости микроорганизмов и субстратов, были найдены с помощью пакета Mathcad.

В лабораторных условиях было проверены соответствия теоретических результатов математических моделей и экспериментальных данных естественной популяции. Внутри водоема была установлена система «продуцент - консумент» с использованием хлореллы (продуцент) и парамеции (консумент). Использована среда Тамия для получения хлореллы (один из видов водоросли), а для культивирования парамеции использовалась среда Лозин-Лозинский. Для определения количества водорослей в водной среде использовалась камера Горяева, а для определения количества бактерий - камера Богорова.

Результаты экспериментов подтверждают численные решения уравнений, характеризующих популяцию микроорганизмов. Этот фактор доказывает, что математическая модель популяции четко описывает динамику изменения численности микроорганизмов.

**Ключевые слова:** популяция микроорганизмов, математические и компьютерные модели, закон Мальтуса, уравнение Ферхюльст и Моно, пакет Mathcad, логистическая модель, система «продуцент - консумент».

**B.A. Mukushev<sup>1</sup>, V.S. Kiyan<sup>1</sup>, A.B. Myrzagaliyeva<sup>2</sup>, A.B. Mukushev<sup>1</sup>, N.V. Turlybek<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Astana International University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

### **The use of the method of models in the study of the population of microorganisms**

**Abstract.** The article is devoted to the problem of studying the populations of microorganisms using mathematical and computer models. Several mathematical models are constructed based on the laws of biological kinetics. Computer experiments are carried out using these models. The population of *Escherichia coli* (*Escherichia coli*) was studied on the basis of the Malthus law and the Verhulst and Mono equations. These laws describe the phenomenon of changes in biomass depending on changes in certain parameters. Graphical solutions of differential equations were found using the Mathcad package.

Under laboratory conditions, the correspondence of mathematical models of microbial populations with the data of the natural population was checked. Inside the reservoir, a "producer - consult" system was installed using chlorella (percudent) and paramecia (consult). The researchers used the Tamiya medium to produce chlorella (a type of algae). For the cultivation of paramecia, the Lozin-Lozinsky medium was used. To determine the amount of algae in the aquatic environment, the Goryaev chamber was used. The Bogorov camera was used to determine the number of bacteria.

The results of the experiments confirm the numerical solutions of the equations that characterize the population of microorganisms. This factor proves that the mathematical model of the population clearly describes the dynamics of changes in the number of microorganisms.

**Keywords:** population of microorganisms, mathematical and computer models, Malthus law, Verhulst and Mono equations, Mathcad package, logistics model, producer - consultation system.

### **References**

1. Emanuel' N.M., Knorre D.G. Kurs himicheskoy kinetiki [Course of chemical kinetics. Textbook]. Uchebnik. 4-e izd., pererab. i dop. (Moskva, Vysshaya shkola, 1984, 464 p.). [in Russian]
2. Per S.Dzh. Osnovy kul'tivirovaniya mikroorganizmov i kletok [Fundamentals of the cultivation of microorganisms and cells] (Moskva, Mir, 1978, 331 p.). [in Russian]
3. SHmidt-Niel'sen. Razmery zhivotnyh: pochemu oni tak vazhny? [Animal sizes: why are they so

important?]) (Moskva, Mir, 1987, 259 p.). [in Russian]

4. Iorgensen S.E. Handbook of environmental data and ecological parameters. (Oxford, Pergamon Press, 1979, 1162 p.).

5. Kir'yanov D. Mathcad 14 v podlinnike [Mathcad 14 in the original] (Sankt-Peterburg, "BHV-Peterburg", 2007, 682 p.). [in Russian]

6. Ochkov V. Mathcad 14 dlya studentov, inzhenerov i konstrukturov [Mathcad 14 for students, engineers and constructors] (Sankt-Peterburg, "BHV-Peterburg", 2007, 370 p.) [in Russian]

7. D'yakonov V.P. Mathcad 2001: ucheb. kurs [Mathcad 2001: textbook course] (Sankt-Peterburg, Piter, 2001, 592 p.) [in Russian]

8. D'yakonov V.P. Mathcad 8.0 Pro v matematike, fizike i Internet [Mathcad 8.0 Pro in mathematics, Physics and the Internet] (Moskva: Nolidzh, 1999, 503 p.). [in Russian]

9. Ochkov V.F. Mathcad PLUS 6.0 dlya studentov i inzhenerov [Mathcad PLUS 6.0 for students and engineers] (Moskva: Komp'yuterPress, 1996, 384 p.). [in Russian]

10. Pis'man T.I., Bogdanova O.N., Kalambet N.S. Osobennosti vzaimodejstviya smeshannoј kul'tury vodoroslej i bespozvonochnyh v vodnom bioticheskom cikle "producent-konsument", Sibirskij ekologicheskij zhurnal [Features of the interaction of mixed culture of algae and invertebrates in the aquatic biotic cycle "producer-consument", Siberian Ecological Journal], 6, 657-662 (2002). [in Russian]

#### **Авторлар туралы мәліметтер:**

**Мүкүшев Б.А.** - педагогика ғылымдарының докторы, профессор, С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

**Киян В.С.** - PhD (Биология), қауымдастырылған профессор, С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

**Мырзағалиева А.Б.** - профессор, биология ғылымдарының докторы, Астана халықаралық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

**Мүкүшев А.Б.** - PhD (Экономика), аға оқытушы, С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

**Турлыбек Н.В.** - С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің студенті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

**Mukushev B.A.** - Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

**Kiyon V.S.** - Ph.D. in Biology, Associate Professor, S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

**Myrzagaliyeva A.B.** - Doctor of Biological Sciences, Professor of the Astana International University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

**Mukushev A.B.** - PhD in Economics, senior lecturer of S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan.

**Turlybek N.V.** - student, S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Nur-Sultan, Kazakhstan.