

Г.Р. Кощанова¹, Э.У. Сагиндыкова¹, Р.С. Шуакбаева¹,
Д.К. Семирханова¹, Б.А. Мүкүшев^{2*}

¹Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті,
Ақтау, Қазақстан

²С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Астана, Қазақстан

*Байланыс үшін автор: tba-55@mail.ru

Экологиялық жүйедегі екі биологиялық түрлердің популяцияларының өзара әрекеттесуін математикалық модельдеу

Аңдатпа. Оқшауланған жыртқыш-жемтік экожүйесінде екі биологиялық түрдің популяцияларының өзара әрекеттесуі зерттелді. Осы биологиялық түрлердің өзара әрекеттесуінің математикалық модельдері қарастырылды. Математикалық моделдер дифференциалдық теңдеулер жүйесі түрінде берілген. *Mathcad* пакеті көмегімен жасалған бағдарлама арқылы математикалық модельдердің графикалық және сандық шешімдері алынды. Екі популяцияны сипаттайтын параметрлердің уақытқа тәуелді өзгерісінің динамикасы зерттелді.

«Жыртқыш-жемтік» екі биологиялық түрдің популяциясына қатысты тәжірибелік-эксперименттік практикалық нәтижелер қарастырылды және зерттелді. Қоян мен сілеусін терілерінің санын сипаттайтын Канадалық аң терісі компаниясының статистикалық мәліметтері талданды. Шығыс Қазақстан облысы Көкентау қорығындағы арқарлар мен қасқырлар популяциясын зерттеу нәтижелерінің эксперименттерінің нәтижелері келтірілді. «Арқар-қасқыр» экожүйесіндегі жануарлардың өзара әрекеттесуін сипаттайтын графиктік деректер мен популяцияның математикалық модельдерінің теориялық нәтижелерінің сәйкестігі дәлелденді.

Түйін сөздер: популяцияның өзара әрекеттесуі, популяция динамикасының математикалық моделі, *Mathcad* пакеті, модельдеудің теориялық және эксперименттік нәтижелері.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-7034-2023-145-4-43-53>

Кіріспе

Қазіргі уақытта математикалық модельдеу экология мен биологияның өзекті мәселелерін шешу үшін кеңінен қолданылады. Ұзақ мерзімді экологиялық болжамдар, қоршаған ортаға антропогендік әсерді зерттеу, тіршіліктің пайда болу заңдылықтары, адам ағзасын зерттеу, генетиканың кейбір мәселелері математикалық модельдер көмегімен оңтайлы түрде шешіліп отыр.

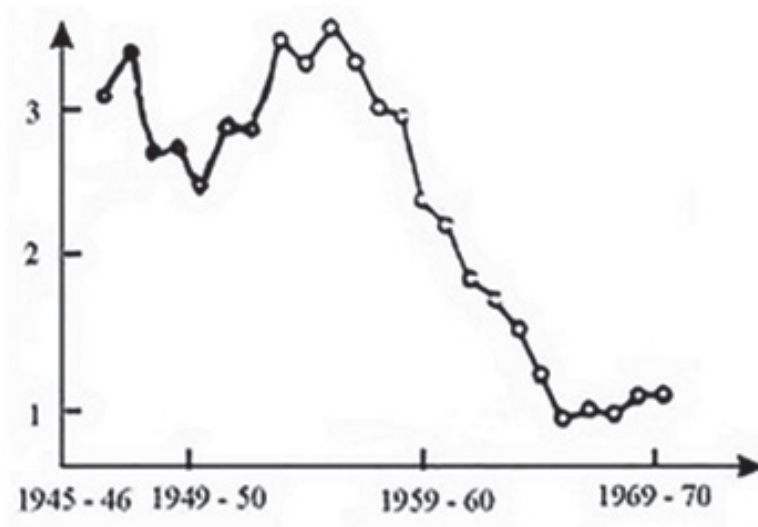
Аталған зерттеулердегі маңызды бағыттардың бірі – биологиялық популяцияларды математикалық модельдеу. Бұл зерттеу әдісі жойылып кету қаупі төнген және сирек кездесетін түрлерді сақтау, кәсіптік мақсатқа қажет популяциялардың санын болжау және балық аулаудың оңтайлы стратегияларын әзірлеу, биологиялық түрлердің санына антропогендік факторлардың әсерін зерттеу және т.б. сияқты мәселелерді шешу үшін қолданылады.

Әсіресе биогеоценозға немесе экологиялық жүйеге, микробиологиялық процестерге және басқа да күрделі нысандарға қатысты мәселелерді математикалық модельдерді қолданбай шешу мүмкін емес. Биогеоценоз (экожүйе) - белгілі бір аумақта салыстырмалы түрде бірдей жағдайлармен ұзақ уақыт өмір сүретін биологиялық түрлердің өзара байланысты популяцияларының жиынтығы. Тірі организмдер бір-бірімен және жансыз табиғат нысандарымен үнемі өзара әрекеттеседі. Осы экожүйе жасайтын құрылымдар (өсімдіктер, микроорганизмдер, жануарлар және т.б.) арасындағы өзара әсер белгілі бір аймақта тұратын биологиялық түрлердің популяциясына өз түзетулерін енгізеді.

Табиғаттағы биологиялық түрлер көптеген популяциялардың жиынтығы ретінде өмір сүреді, сондықтан теориялық биология организмдердің бір түрдің барлық популяцияларына тән тіршілік ету ортасының жағдайымен қарым-қатынасының заңдылықтарын қарастырады. «Белгілі бір аумақты ұзақ уақыт мекендейтін (ұрпақтардың көп саны көп болатын), белгілі бір биологиялық түрлердің жиынтығын популяция деп түсінеміз. Олардың ішінде белгілі бір панмиксия дәрежесі іс жүзінде жүзеге асады және оқшаулау кедергілері аз және көршілес популяциялардан белгілі бір дәрежеде (кейде үлкен, кейде кіші) оқшаулану жағдайы орнайды» [1].

Түрлер популяциясы теориясын қолданудың негізгі мақсаты – табиғи экожүйелер құрамындағы түрлерді ұтымды пайдалану және сақтау. Ауыл шаруашылығында (мысалы, мәдени өсімдіктерді себу нормасын негіздеу кезінде) және орман шаруашылығында оңтайлы екпелер тығыздығын құру үшін орман екпелерінде күтім жасау үшін кесу режимін анықтауда түрлер популяциясының заңдылықтары белгілі бір рөл атқарады.

Биологиялық түрлердің (мысалы, жануарлардың) популяциясының саны уақыт бойынша әр түрлі жолмен өзгеруі мүмкін: өсу, тербеліс жасау, құлдырау себептері әр түрлі болуы мүмкін (1-сурет) [2-5].



Сурет 1. 1945-1970 жылдар аралығындағы Антарктикадағы Финвал класына жататын киттер санының популяциясы

Жанды табиғаттың күрделі құбылыстарын зерттеу мен танудағы модельдеудің маңыздылығы ерекше. Мұнда біз популяциялардың өсу заңдылықтарын және әртүрлі популяциялар санының динамикасын сипаттайтын математикалық аппараттарды қарастырамыз.

Зерттеу материалдары мен әдістері

1. *Экожүйедегі популяция динамикасының математикалық модельдері.* Оқшауланған экожүйеде екі биологиялық түр өмір сүрсін, олардың бірін жыртқыш (мысалы, қасқыр), екіншісін жемтік (қоян) деп атайық. Олардың популяцияларының санының өзгеруі бір-бірімен байланысты болатынын ескереміз. Бұл жағдайда жемтіктер санының салыстырмалы өсуі жыртқыштар популяциясының санына байланысты болады және осы популяцияның өсуі кезінде азаяды. Жыртқыш популяцияның салыстырмалы түрде өсуі жемтік популяцияға пропорционалды деп санауға болады, сонымен қатар жемтіктер саны азайса жыртқыштардың саны да азаяды. Жемтіктердің саны N_1 , ал жыртқыштардың саны N_2 . Және бір биологиялық түрдің жеке мүшелері арасында бәсекелестік және симбиоз жоқ деп келісейік [6-8].

Жемтіктердің әсерінсіз жыртқыш популяцияның өсу қарқыны $\frac{dN_1}{dt}$ шөптің M мөлшеріне және жыртқыш популяцияның N_1 санына пропорционалды. Жемтіктер үшін қорек жеткілікті болсын, яғни $M = \text{const}$. Бұл жағдайда:

$$\frac{dN_1}{dt} = k_p N_1$$

Мұнда k_p - жемтіктердің көбею коэффициенті. Жыртқыштардың әсерінен жемтіктердің популяциясы азаюы керек. Жемтіктердің санының азаю жылдамдығы жыртқыштардың санына және N_1 жемтіктердің популяциясына пропорционал :

$$\frac{dN_1}{dt} = -k_c N_2 N_1$$

мұндағы k_c - жемтіктердің жойылу коэффициенті. Осылайша, жемтіктердің санының өзгеру жылдамдығы

$$\frac{dN_1}{dt} = k_p N_1 - k_c N_2 N_1 = (k_p - k_c N_2) N_1$$

Жемтіктер мен жыртқыштардың кездесулері жиі болған сайын жыртқыштардың саны тезірек өседі. Мұндай кездесулердің жиілігі $N_1 N_2$ көбейтіндісіне пропорционалды

шамамен сипатталады. Осылайша, жыртқыш популяцияның өсу қарқыны $\frac{dN_2}{dt}$ мынаған тең болады:

$$\frac{dN_2}{dt} = f_p N_1 N_2$$

f_p жыртқыштардың көбею коэффициенті. Жыртқыштардың саны өсіп қана қоймайды, сонымен қатар қорек тапшылығына байланысты азаяды. Өйткені олардың қорегі жемтіктер болып табылады. Жыртқыштардың азаю жылдамдығы жыртқыш популяциясының санына N_2 пропорционал:

$$\frac{dN_2}{dt} = -f_c N_2$$

f_c -жыртқыштардың жойылу коэффициенті. Жыртқыштар санының өзгеру жылдамдығын келесі дифференциалдық теңдеу түрінде көрсетуге болады:

$$\frac{dN_2}{dt} = f_p N_1 N_2 - f_c N_2 = (f_p N_1 - f_c) N_2$$

Дифференциалдық теңдеулер жүйесі

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = N_1(k_p - k_c N_2) \\ \frac{dN_2}{dt} = -N_2(f_c - f_p N_1) \end{cases} \quad (1)$$

Бұл теңдеулер жүйесі экологиялық жүйе – «жыртқыш – жемтік» немесе Вольтерра - Лотка моделі деп аталады. Оны алғаш рет А. Лотка (1925) тапты. Бұл теңдеулер жүйесі ол өзара әрекеттесетін биологиялық популяциялардың динамикасын сипаттау үшін. Сәл кейінірек осындай математикалық модельдерді итальяндық математик В. Вольтерра да (1926) жасады. Биологиялық түрлердің популяциясы және олардың өзара әрекеттесуі туралы терең зерттеулер *математикалық экология* деп аталатын ғылыми бағыттың негізін қалады.

Бұл дифференциалдық теңдеулер жүйесін $t = 0$ $N_1 = N_1(0)$, $N_2 = N_2(0)$ кезіндегі бастапқы шарттарды ескере отырып шешу экологиялық жүйедегі популяция динамикасын болжауға мүмкіндік береді.

Зерттеу нәтижелері және талдау

«Жыртқыш-жемтік» экожүйе параметрлерін компьютерлік зерттеу нәтижелері. «Жыртқыш-жемтік» жүйесінде болатын өзара әрекеттесу процестерін нақты түсіну және экожүйе параметрлерінің өзгеру заңдылықтарын бекіту үшін біз Mathcad қолданбалы бағдарламалар пакетінің мүмкіндіктерін пайдаланамыз [9-13].

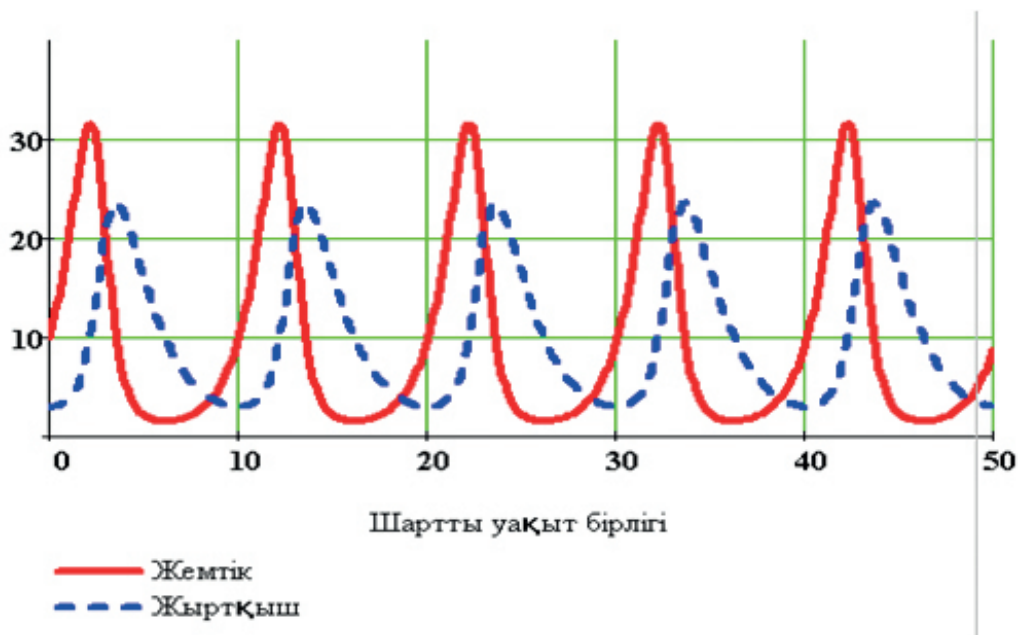
Біз $k_p = 1,00$; $k_c = 0,10$; $f_p = 0,05$; $f_c = 0,50$ үшін Вольтерра–Лотка моделін білдіретін дифференциалдық теңдеулер жүйесі (1) көмегімен популяция динамикасын зерттейміз және аталған теңдеудің сандық шешімін табамыз. Бастапқы шарттар: $N_1(0) = 10$, $N_2(0) = 3$. Листинг 1-де Mathcad пакеті көмегімен жасалған бағдарлама көрсетілген. Осы бағдарлама көмегімен (1) дифференциалдық теңдеулер жүйесінің графикалық және сандық шешімдерін таптық (1 және 2-суреттер).

```

ORIGIN := 1
Kp := 1.00 Жемтіктердің көбею коэффициенті
Kc := 0.10 Жемтіктердің жойылу коэффициенті
Fp := 0.05 Жыртқыштардың көбею коэффициенті
Fc := 0.50 Жыртқыштардың жойылу коэффициенті
N :=  $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$  - Жемтіктердің бастапқы саны (мың)
      - Жыртқыштардың бастапқы саны (мың)

F(t, N) :=  $\begin{bmatrix} (Kp - Kc \cdot N_2) \cdot N_1 \\ (-Fc + Fp \cdot N_1) \cdot N_2 \end{bmatrix}$ 
N := rkfixed(N, 0, 50, 400, F)
    
```

Листинг 1



Сурет 2. Дифференциалдық теңдеу жүйесінің (1) графикалық шешімдері

Биологиялық түрлердің популяциясының динамикасы тербелмелі үрдіс. Жыртқыштар мен жемтіктердің саны сәйкесінше $N_1=10$, $N_2=3$ шамаларына жақын тербелмелі түрде өзгереді. Биологиялық түрлердің саны уақытқа байланысты периодты түрде өзгеріп отырады. (1) теңдеудің графикалық шешімінен жыртқыштардың саны әрқашан жемтіктердің санынан артта қалатыны анық көрінеді.

Алайда тербелістің сипаты күрделі: тербелістер гармоникалық емес, синусоидалармен бейнеленбейді. Тербелістердің бұл ерекшелігі графиктерден жақсы көрініп тұр (Сурет 2). Сөнбейтін тербеліс периоды 10 шартты уақыт бірлігіне тең (ш.у.б.). Екі популяцияның да саны уақыт (2,25 - 3,25) ш.у.б. аралығындағы максималды мәнге жеткенін көреміз.

	1
1	10
2	10.914
3	11.909
4	12.989
5	14.156
6	15.413
7	16.758
8	18.188
9	19.695
10	21.267
11	22.883
12	24.515
13	26.124
14	27.658
15	29.051
16	...

 $N^{(2)} =$

	1
1	3
2	3.008
3	3.035
4	3.082
5	3.151
6	3.247
7	3.372
8	3.533
9	3.736
10	3.989
11	4.302
12	4.686
13	5.157
14	5.732
15	6.429
16	...

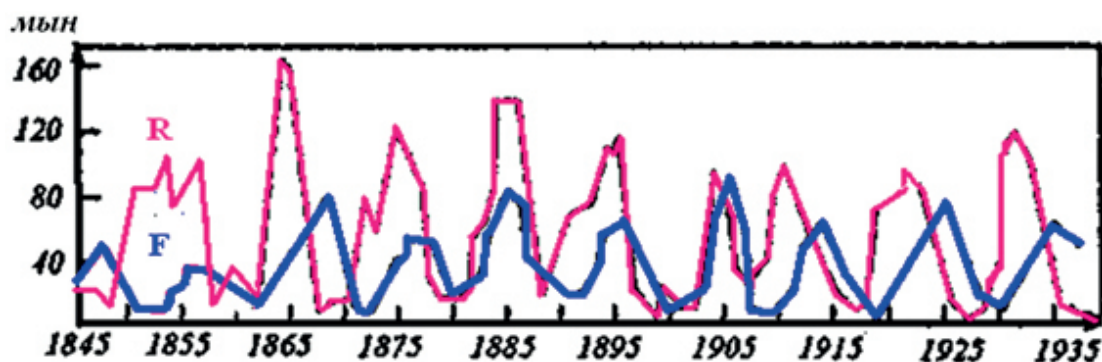
 $N^{(3)} =$

Сурет 3. Дифференциалдық теңдеудің сандық шешімдері (1)

Тәжірибелік-эксперименттік практикалық нәтижелер және оларды зерттеу

а) Канадалық аң терісі компаниясының статистикалық мәліметтерін талдау. Жоғарыда қарастырылған қарапайым «жыртқыш – жемтік» экожүйесі стационарлық күй деп аталады. Стационарлық күй тыныштық күйі емес, динамикалық тепе-теңдік екенін ескеру керек. Біз канадалық аң терісі компаниясының қояндар (R) және сілеусіндер (F) популяцияларының жүз жылдық бақылауларының нәтижелерімен таныстырмақпыз (Сурет 4).

Бұл қисықтар аң терісін дайындайтын кеңселерге түсетін терілердің саны туралы мәліметтер негізінде салынған. Қояндар мен сілеусіндер санының өзгеру кезеңдері шамамен бірдей және шамамен 9-10 жыл екені көрініп тұр. Бұл жағдайда қояндар санының максимумы, әдетте, сілеусін санының максимумынан 1 жылға озады. Әрине, өмірден алынған популяция графиктері математикалық модельден алынған графиктер сияқты тұрақты емес. Өйткені, бұл жерде қояндар мен сілеусіндердің қарым-қатынасы тұйық жүйеде болмайды. Қояндар мен сілеусіндердің популяциясына Канадада өмір сүретін басқа жыртқыштар мен жемтіктердің болуы, әртүрлі климаттық жағдайлар, аңшылардың іс-әрекеті, әр түрлі жануарларға тән эпидемиялар және т.б. факторлар әсер етеді. Дегенмен табиғатта болып жатқан «жыртқыш-жемтік» қарым-қатынастары біз қарастырған математикалық модельге қарағанда күрделі болғанымен, математикалық модель табиғи процестердің негізгі ерекшеліктерін қайталайды: жыртқыштардың және жемтіктердің популяциялар санының тербелісі байқалады, сілеусіндер саны қояндар санынан әрдайым фаза бойынша артта қалады, және аталған жануарлардың тербеліс амплитудасы өзара байланыст болады [14].



Сурет 4. Канадада аң терісі компаниясының 1845-1935 жылдары өндiрген қоян мен сiлеусiн терiлерiнiң санының өзгерiсi

б) «Арқар-қасқыр» экожүйесіндегі жануарлардың өзара әрекеттесуін зерттеу нәтижелері. 1-кестеде Семей мемлекеттік педагогикалық институтының биолог-ғалымдары жүргізген Шығыс Қазақстан облысындағы Көкентау қорығындағы арқарлар мен қасқырлар популяциясын зерттеу нәтижелерінің статистикалық деректері келтірілген. Бұл деректер зерттеу негізінде 10 жыл ішінде (1999-2011 жж) құрастырылды.

Кесте 1

Шығыс Қазақстан облысындағы Көкентау қорығындағы арқарлар мен қасқырлар популяциясы

Жылдар	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Арқарлар саны	26	18	16	18	24	29	17	15	16	21	25	26
Қасқырлар саны	6	10	7	5	7	8	11	8	6	5	7	10

1-кестеге сүйене отырып, графиктер жасалды (Сурет 5). Онда арқарлар мен қасқырлар популяциясының тербелмелі сипатын анықтауға болады. Бұл жағдайда қасқырлар санының максимумы арқарлар санының максимумынан шамамен бір жылға артта қалады.

Осылайша, өзара байланысты элементтерден тұратын экожүйелерде популяциялардың көбеюін шектеуге және оқиғалардың жалпы дамуында белгілі бір заңдылықтарды орнатуға қабілетті өзін-өзі реттейтін құрылым пайда болады.



Сурет 5. «Арқар-қасқыр» экожүйесіндегі жануарлардың өзара әрекеттесуі

Қорытынды

Біздің жұмысымызда оқшауланған «жыртқыш-жемтік» экологиялық жүйесінде екі биологиялық түрдің популяцияларының өзара әрекеттесуі теориялық және эксперименттік әдістермен зерттелді. «Жыртқыш-жемтік» екі биологиялық түрдің популяциясына қатысты тәжірибелік-эксперименттік практикалық нәтижелер қарастырылды және зерттелді. Аталған биологиялық түрлердің популяциясын зерттеу барысында төмендегідей ғылыми нәтижелерді алдық:

- «Жыртқыш-жемтік» экожүйесінде екі биологиялық түрдің өзара әрекеттесуін сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесі құрылды;
- Mathcad пакеті көмегімен жасалған бағдарлама көмегімен математикалық модельдердің графикалық және сандық шешімдері алынды.;
- 1845-1935 жылдары өндірілген қоян мен сілеусін терілерінің санының өзгеуін сипаттайтын Канадалық аң терісі компаниясының статистикалық мәліметтері талданды.
- Шығыс Қазақстан облысы Көкентау қорығындағы арқарлар мен қасқырлар популяциясын сипаттайтын графиктік деректер мен популяцияның математикалық модельдерінің теориялық нәтижелерінің сәйкестігі дәлелденді.

Жұмыстың ғылыми нәтижелерін биологтар, экологтар және қолданбалы математика мамандары биологиялық түрлердің популяциясын зерттеу кезінде пайдалана алады.

Қаржыландыру. Жұмыс Қазақстан Республикасының Жоғары білім және ғылым министрлігінің қаржылық демеуі арқылы орындалды (грант No AP14869376).

Әдебиеттер тізімі

1. Математическое моделирование в биологии. – Москва: Изд-во «Наука», 1975. – 160 с.
2. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. [Электронды ресурс] – URL: <http://www.library.biophys.msu.ru/LectMB/Lect01.htm> (жүгінген күні: 09.11.2023).
3. Charles S. Elton. The Ecology of Invasions by Animals and Plants. – Chicago and London: University of Chicago Press, 2000. – 196 p.
4. Письман Т.И., Богданова О.Н., Каламбет Н.С. Особенности взаимодействия смешанной культуры водорослей и беспозвоночных в водном биотическом цикле «продуцент-консумент» // Сибирский экологический журнал. – 2002. – №6 – С. 657-662.
5. Мүкүшев Б.А., Киян В.С., Мырзагалиева А.Б., Мукушев А.Б., Турлыбек Н.В. Микроағзалардың популяциясын зерттеуде модельдер әдісін қолдану // Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Хабаршысы. Биологиялық ғылымдар сериясы. – 2022. – №1(138). – Б. 6-16.
6. Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. – Москва: Физматлит, 2011. – 400 с.
7. Volterra V. Mathematical Theory of Struggle for Existence. – Moscow: Nauka, 1976. – 288 p.
8. Jorgensen S.E. Handbook of environmental Data and Ecological parameters. – Oxford: Pergamon Press, 2013. – 1162 p.
9. Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. – Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2007. – 682 с.
10. Очков В. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2007. – 370 с.
11. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 184 с.
12. Кучай Л.А. Модель инвазии на примере системы хищник–жертва // Экология. – 2010. – №2. – С. 155-157.
13. Игонина Е.В. Исследование устойчивости динамических моделей с помощью систем компьютерной математики: учебное пособие. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. – 83 с.
14. Романовский Ю.М. Что такое математическая биофизика. – Москва: Просвещение, 1971. – 246 с.

Г.Р. Кощанова¹, Э.У. Сагиндыкова¹, Р.С. Шуакбаева¹, Д.К. Семирханова¹,
Б.А. Мукушев²

¹Каспийский университет технологий и инжиниринга имени Ш. Есенова, Актау, Казахстан

²Казахский агротехнический университет им. С. Сейфуллина, Астана, Казахстан

Математическое моделирование взаимодействия популяций двух биологических видов в экологической системе

Аннотация. Исследовано взаимодействие популяций двух биологических видов в изолированной экосистеме «хищник-жертва». Рассматриваются математические модели взаимодействия этих биологических видов. Математические модели представлены в виде системы дифференциальных уравнений. С помощью программы, созданной посредством пакета Mathcad, были получены графические и численные решения математических моделей. Изучена динамика изменения параметров двух популяций.

Были рассмотрены и исследованы экспериментальные результаты, касающиеся популяций двух биологических видов «хищник-жертва». Проанализированы статистические данные промысла зайца и рыси канадской меховой компании. Приведены результаты экспериментов по изучению популяций архаров и волков в кокентауском заповеднике Восточно-Казахстанской области. Доказано соответствие теоретических результатов графических данных и математических моделей популяций, характеризующих взаимодействие животных в экосистеме «архар-волк».

Ключевые слова: взаимодействие популяций, математическая модель динамики популяций, пакет Mathcad, теоретические и экспериментальные результаты моделирования.

G.R. Koshchanova¹, E.U. Sagindykova¹, R.S. Shuakbaeva¹, D.K. Semirkhanova¹,
B.A. Mukushev²

¹Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan

²S.Seifullin Kazakh Agro Technical University, Astana, Kazakhstan

Mathematical modeling of the interaction of populations of two biological species in an ecological system

Abstract. The interaction of populations of two biological species in an isolated predator-prey ecosystem has been studied. Mathematical models of the interaction of these biological species are considered. The mathematical model is presented in the form of a system of differential equations. For the research, a program was created in the Mathcad environment. With the help of this program, graphical and numerical solutions of mathematical models were obtained. The dynamics of changes in the parameters of two populations has been studied.

Experimental results concerning populations of two predator-prey biological species were considered and investigated. The statistical data of the hunting of the hare and lynx of the Canadian fur company are analyzed. The results of experiments on the study of argali and wolf populations in the Kokentau Nature Reserve of the East Kazakhstan region are presented. The correspondence of the theoretical results of graphical data and mathematical models of populations characterizing the interaction of animals in the argali-wolf ecosystem is proved.

Keywords: interaction of populations, mathematical model of population dynamics system, Mathcad package, theoretical and experimental modeling results.

References

1. Matematicheskoe modelirovanie v biologii [Mathematical modeling in biology] (Moskva: Izd-vo «Nauka», 1975, 160 s.) [Moscow: Publishing house “Nauka”, 1975. – 160 p.]. [in Russian]
2. Rznichenko G.YU. Lekcii po matematicheskim modelyam v biologii [Lectures on mathematical models in biology]. [Electronic resource] – Available at: <http://www.library.biophys.msu.ru/LectMB/Lect01.htm> (accessed: 09.11.2023). [in Russian]
3. Charles S. Elton. The Ecology of Invasions by Animals and Plants (Chicago and London, University of Chicago Press, 2000, 196 p.).
4. Pis'man T.I., Bogdanova O.N., Kalambet N.S. Osobennosti vzaimodejstviya smeshannoju kul'tury vodoroslej i bespozvonocnyh v vodnom bioticheskom cikle «producent-konsument», Sibirskij ekologičeskij žurnal [Features of the interaction of mixed culture of algae and invertebrates in the aquatic biotic cycle “producer-consumer”, Siberian Ecological Journal], 6, 657-662 (2002). [in Russian]
5. Mukushev B.A., Kiyasov V.S., Myrzagalieva A.B., Mukushev A.B., Turlybek N.V. Mikroagzalarlardyn populaciya syn zertteude model'der adisin koldanu, L.N. Gumilev atyndagy EEU Habarshysy. Biologiyalyk gylymdar seriyasy [The use of the method of models in the study of the population of microorganisms, Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Biological Sciences series], 1(138), 6-16 (2022). [in Kazakh]
6. Bratus' A.S., Novozhilov A.S., Platonov A.P. Dinamicheskie sistemy i modeli biologii [Dynamic systems and models of biology] (Moskva: Fizmatlit, 2011, 400 s.) [Moscow: Fizmatlit, 2011, 400 p.]. [in Russian]
7. Volterra V. Mathematical Theory of Struggle for Existence (Moscow: Nauka, 1976, 288 p.).
8. Jorgensen S.E. Handbook of environmental Data and Ecological parameters (Oxford: Pergamon Press, 2013, 1162 p.).
9. Kir'yanov D. Mathcad 14 v podlinnike [Mathcad 14 in the original] (Sankt-Peterburg: «BHV-Peterburg», 2007, 682 s.) [St. Petersburg: “BHV-Peterburg”, 2007, 682 p.]. [in Russian]
10. Ochkov V. Mathcad 14 dlya studentov, inzhenerov i konstrukturov [Mathcad 14 for students, engineers and constructors] (Sankt-Peterburg: «BHV-Peterburg», 2007, 370 s.) [St. Petersburg: “BHV-Peterburg”, 2007, 370 p.]. [in Russian]
11. Rznichenko G.YU. Matematicheskie modeli v biofizike i ekologii [Mathematical models in biophysics and ecology] (Moskva-Izhevsk: Institut komp'yuternyh issledovanij, 2003, 184 s.) [Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Research, 2003, 184 p.]. [in Russian]

12. Kuchaj L.A. Model' invazii na primere sistemy hishchnik-zhertva, *Ekologiya* [Invasion model on the example of the predator-victim system, *Ecology*], 2, 155-157 (2010). [in Russian]
13. Igonina E.V. Issledovanie ustojchivosti dinamicheskikh modelej s pomoshch'yu sistem komp'yuternoj matematiki: uchebnoe posobie [Study of the stability of dynamic models using computer mathematics systems: a textbook] (Elec: EGU im. I.A. Bunina, 2020, 83 s.) [Yelets: Yelets State University named after. I.A. Bunina, 2020, 83 p.]. [in Russian]
14. Romanovskij YU.M. CHto takoe matematicheskaya biofizika [What is mathematical biophysics.] (Moskva: Prosveshchenie, 1971, 246 s.) [Moscow: Education, 1971, 246 p.]. [in Russian]

Авторлар туралы мәлімет:

Коцанова Г.Р. – педагогика ғылымдарының кандидаты, профессор, Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан.

Сагиндыкова Э.У. – педагогика ғылымдарының кандидаты, доцент, Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан.

Шуакбаева Р.С. – педагогика ғылымдарының кандидаты, доцент Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан.

Семирханова Д. К. – педагогика ғылымдарының магистрі, оқытушы Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан.

Мүкүшев Б.А. – педагогика ғылымдарының докторы, профессор, С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, Астана, Қазақстан.

Koshchanova G.R. – Candidate of Pedagogical Sciences, Professor, Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan.

Sagindykova E.U. – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan.

Shuakbaeva R.S. – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan.

Semirkhanova D.K. – Master of Pedagogical Sciences, Teacher, Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan

Mukushev B.A. – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, S. Seifullin Kazakh Agro Technical University, Astana, Kazakhstan.